

Homework #8 (期末练习题目)

截止日期: 6 月 15 日 0:00 之前

问题 #1

- 拉普拉斯矩阵 L 是 ():
(A) 可能是正定的; (B) 半正定的, 但一定不是正定;
(C) 可能不是半正定的.
- 给定矩阵 $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, 请写出 A 的特征值, 特征向量, 2-条件数, 以及 $\|A\|_\infty$.

问题 #2

对任意给定的矩阵 $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ 与向量 $\vec{b} \in \mathbb{R}^m$ 。请为下面的问题设计线性规划:

- 我们想要找到向量 $\vec{x} \in \mathbb{R}^n$ 使得 $A\vec{x} \geq \vec{b}$ 且 $\|\vec{x}\|_1$ 最小; (提示: 回忆在第 7 次作业之中, 是如何把绝对值转换成线性约束的)
- 我们想要找到向量 $\vec{x} \in \mathbb{R}^n$ 使得 $A\vec{x} \geq \vec{b}, \vec{x} \geq 0$ 且 $\|\vec{x}\|_\infty$ 最小; (提示: 回忆在课堂上证明 von Neumann minimax 定理的过程中, 是如何把定理通过线性规划写出来的)

并证明你的结论 (即, 原问题的最优解不比你设计的线性规划的最优解大, 且原问题的最优解也不比你设计的线性规划的最优解小)。