

## Homework #7

截止日期：6 月 3 日 23:59 之前

### 问题 #1

请证明：无向图上的等效电阻满足三角不等式。即，

$$\forall s, t, w \in V, R_{\text{eff}}(s, t) \leq R_{\text{eff}}(s, w) + R_{\text{eff}}(w, t).$$

### 问题 #2

假设  $G$  是连通的无向图。它的拉普拉斯矩阵  $L$  有  $k$  个两两互不相同的、非零的特征值。请证明：图  $G$  的直径（最长的最短路径）最多为  $k$ 。

### 问题 #3

考虑  $\mathbb{R}^2$  上的  $n$  个点  $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ 。

我们想用直线  $y = ax + b$  来拟合这些点，并且希望达成以下目标

$$\text{minimize } \sum_{i=1}^n |y_i - (a + bx_i)|.$$

请写出一个线性规划来解决上面的问题。